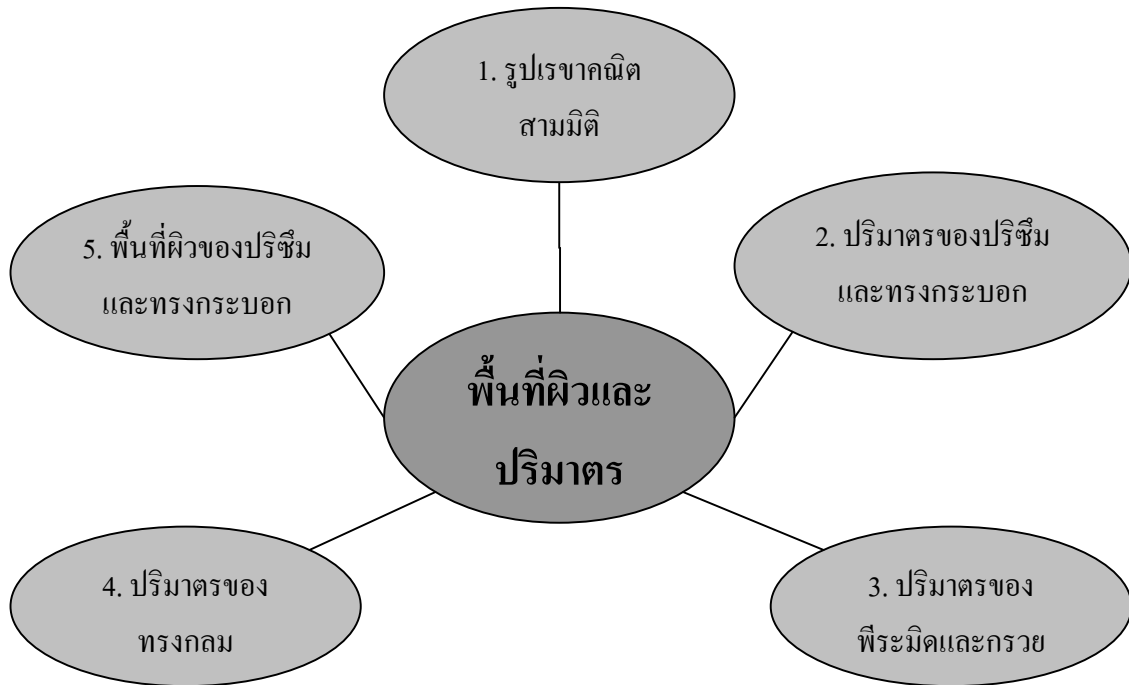


เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร



รูปเรขาคณิตสามมิติ

1. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานทั้งสองเป็นรูปเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ ฐานทั้งสองอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และด้านข้างแต่ละด้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เรียกว่า **ปริซึม**

การเรียกชื่อปริซึม เรียกตามลักษณะของฐาน เช่น ฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเรียก ปริซึมสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นต้น

2. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานสองฐานเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการและอยู่บนระนาบที่ขนานกัน และเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นด้วยระนาบที่ขนานกับฐานแล้วจะได้หน้าตัดเป็นวงกลมที่เท่ากันทุกประการกับฐานเสมอ เรียกรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นว่า **ทรงกระบอก**

3. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และหน้าทุกหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลมนั้น เรียกว่า **พีระมิด**

การเรียกชื่อพีระมิด เรียกตามลักษณะของฐาน เช่น ฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยม เรียก พีระมิดฐานห้าเหลี่ยม เป็นต้น

4. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีฐานเป็นรูปวงกลม มียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน และเส้นที่ต่อระหว่างจุดยอดและจุดใดๆ บนขอบของฐานเป็นส่วนของเส้นตรง เรียกรูปเรขาคณิตสามมิตินี้ว่า **กรวย**

5. รูปเรขาคณิตสามมิติที่มีผิวโค้งเรียบ และจุดทุกจุดบนผิวโค้งอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะเท่ากัน เรียกว่า **ทรงกลม** จุดคงที่นั้น เรียกว่า จุดศูนย์กลางของทรงกลม ระยะที่เท่ากันนั้น เรียกว่า **รัศมี**ของทรงกลม

ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก

1. ปริมาตรของปริซึม ได้แก่ ความจุของปริซึม ซึ่งหาได้จากผลคูณของพื้นที่หน้าตัดกับความสูง นั่นคือ

$$\text{ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

2. ปริมาตรของทรงกระบอก ได้แก่ ความจุของทรงกระบอก ซึ่งหาได้จากผลคูณของพื้นที่ของรูปวงกลมกับความสูง นั่นคือ

$$\text{ปริมาตรของทรงกระบอก} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

ปริมาตรของทรงกระบอก = พื้นที่ฐาน \times ความสูง แต่เนื่องจากพื้นที่ฐานหาได้จากพื้นที่ของวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอก ซึ่งเท่ากับ πr^2 เมื่อ r แทนรัศมีของวงกลมที่เป็นฐานของทรงกระบอก และ h แทนความสูงของทรงกระบอก ดังนั้นจะสรุปได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของทรงกระบอก} &= \pi r^2 h \\ \text{เมื่อ } r &\text{ แทนรัศมีของวงกลมที่เป็นฐาน} \\ h &\text{ แทนความสูงของทรงกระบอก} \end{aligned}$$

ปริมาตรของพีระมิดและกรวย

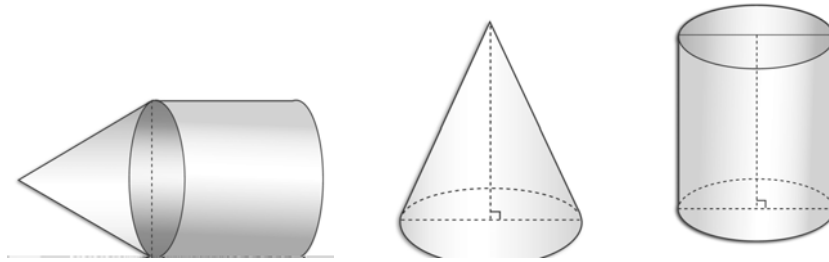
1. ปริมาตรของพีระมิด ได้แก่ ความจุของพีระมิด ซึ่งหาได้จากหนึ่งในสามของผลคูณของพื้นที่ฐานกับสูงตรง นั่นคือ

$$\text{ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

2. ปริมาตรของกรวย ได้แก่ ความจุของกรวย ซึ่งหาได้จากหนึ่งในสามของผลคูณของพื้นที่ฐานกับส่วนสูงของกรวย นั่นคือ

$$\text{ปริมาตรของกรวย} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

กรวยพลาสติกกกลมและทรงกระบอกพลาสติกกกลมที่มีรัศมีและความสูงเท่ากัน โดยแสดงให้เห็นจริงดังรูปที่ 1



รูปที่ 1

$$\text{ปริมาตรของทรงกรวย} = \frac{1}{3} \text{ ของปริมาตรของทรงกระบอกที่มีฐานและส่วนสูงเท่ากัน}$$

สูตร

$$\text{ปริมาตรของกรวย} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

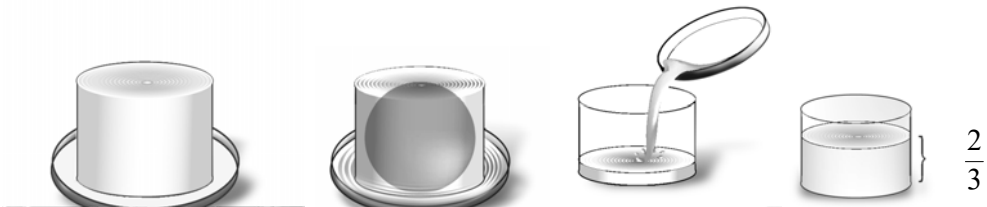
ปริมาตรของทรงกลม

ปริมาตรของทรงกลม ได้แก่ ความจุของทรงกลม ซึ่งหาได้จากสองในสามของปริมาตรของทรงกระบอกที่มีรัศมีที่ฐานเท่ากับรัศมีของทรงกลม และมีความสูงเท่ากับความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม นั่นคือ

$$\text{ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

เมื่อ r แทนความยาวของรัศมีของทรงกลม

นำทรงกลมออก แล้วเติมน้ำในทรงกระบอกทิ้ง เติมน้ำจากภาชนะใส่ลงในกระบอกแทน จะเห็นว่าระดับน้ำสูงเป็น $\frac{2}{3}$ ของความสูงของทรงกระบอก



ปริมาตรของน้ำที่อยู่ในทรงกระบอกในรูปที่ 4 เท่ากับปริมาตรของทรงกลม

$$\begin{aligned} \text{ปริมาตรของทรงกลม} &= \frac{2}{3} \text{ ของปริมาตรทรงกระบอก} \\ &= \frac{2}{3} \times \pi r^2 h \end{aligned}$$

แต่ความสูงของทรงกระบอกเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม

$$\text{ดังนั้น } h = 2r$$

$$\text{ปริมาตรของทรงกลม} = \frac{2}{3} \pi r^2 (2r) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก

1. พื้นที่ผิวของปริซึม ได้แก่ ผลรวมของพื้นที่ผิวทุกด้านของปริซึมนั้น นั่นคือ

พื้นที่ผิวของปริซึม คือ ผลบวกของพื้นที่ฐานสองด้านกับพื้นที่ผิวข้าง
หรือ $(2 \times \text{พื้นที่ฐาน}) + (\text{ความยาวเส้นรอบฐาน} \times \text{ความสูง})$

2. พื้นที่ผิวของทรงกระบอก ได้แก่ ผลรวมของพื้นที่ผิวข้างกับพื้นที่ฐานทั้งสองของทรงกระบอกนั้น นั่นคือ

$$\text{พื้นที่ผิวทรงกระบอก} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

เมื่อ r แทนความยาวของรัศมีที่ฐาน
และ h แทนความสูงของทรงกระบอก